3.2　二次函数与幂函数

考点一　二次函数

(2022北京,14,5分)设函数*f*(*x*)=若*f*(*x*)存在最小值,则*a*的一个取值为　　　　;*a*的最大值为　　　　*.*

答案　 ([0,1]中任意一个实数都可以,答案不唯一);1

解析　当*a*<0时, *f*(*x*)=-*ax*+1在(-∞,*a*)上为增函数,无最小值*.*而*f*(*x*)=(*x*-2)2在[*a*,+∞)上的最小值为0,所以*f*(*x*)不存在最小值*.*当*a*=0时, *f*(*x*)=此时*f*(*x*)存在最小值,最小值为0*.*当0<*a*≤1时, *f*(*x*)=-*ax*+1在(-∞,*a*)上单调递减,所以*f*(*x*)>1-*a*2*.*因为*a*∈(0,1],所以1-*a*2∈[0,1),所以*f*(*x*)>0*.*而*f*(*x*)=(*x*-2)2在[*a*,+∞)上存在最小值,最小值为0,所以*f*(*x*)在R上存在最小值*.*当*a*>1时, *f*(*x*)=-*ax*+1在(-∞,*a*)上单调递减,所以*f*(*x*)>1-*a*2*.f*(*x*)=(*x*-2)2在[*a*,+∞)上的最小值大于或等于0,而1-*a*2<0,所以函数*f*(*x*)在R上不存在最小值*.*综上,*a*的取值范围为[0,1],*a*的最大值为1*.*

考点二　幂函数

(2016课标Ⅲ,6,5分)已知a=,b=,c=2,则(　　)

A.b<a<c　　　　　B.a<b<c

C.b<c<a　　　　　D.c<a<b

答案　A　因为a==,c=2=,函数y=在(0,+∞)上单调递增,所以<,即a<c,

又因为函数y=4x在R上单调递增,所以<,即b<a,

所以b<a<c,故选A.

思路分析　利用指数的运算性质得a=,c=,利用幂函数的性质可得a<c.再利用指数函数性质比较a,b得b<a,从而得结论.